

# La gestion optimale d'une forêt exploitée pour son potentiel de diminution des gaz à effet de serre et son bois

Ruolz Ariste et Pierre Lasserre

Volume 77, numéro 1, mars 2001

URI : <https://id.erudit.org/iderudit/602343ar>

DOI : <https://doi.org/10.7202/602343ar>

[Aller au sommaire du numéro](#)

Éditeur(s)

HEC Montréal

ISSN

0001-771X (imprimé)

1710-3991 (numérique)

[Découvrir la revue](#)

Citer cet article

Ariste, R. & Lasserre, P. (2001). La gestion optimale d'une forêt exploitée pour son potentiel de diminution des gaz à effet de serre et son bois. *L'Actualité économique*, 77(1), 27–51. <https://doi.org/10.7202/602343ar>

## Résumé de l'article

Cet article cherche à déterminer les âges optimaux de coupe d'un peuplement forestier lorsque le prix du bois suit, par hypothèse, un processus de mouvement brownien géométrique et l'externalité qu'engendre une forêt, par sa capacité à réduire le niveau du dioxyde de carbone de l'air et donc l'effet de serre, est adéquatement prise en compte. L'utilisation qui sera faite du bois récolté se révèle déterminante dans la prise de décision de coupe des arbres. Les résultats du modèle indiquent ce qui suit :

- l'âge de coupe socialement optimal est plus élevé que l'âge optimal de coupe du point de vue d'un propriétaire privé si le carbone emmagasiné est libéré au moment de la récolte;
- la rotation est plus courte si le carbone reste verrouillé lors de la coupe que dans le cas de sa libération;
- l'activité forestière devient socialement plus rentable; on ne passe à l'usage alternatif que pour des valeurs élevées du terrain (consacré à un autre usage) associées à de faibles réalisations du prix du bois.

## LA GESTION OPTIMALE D'UNE FORÊT EXPLOITÉE POUR SON POTENTIEL DE DIMINUTION DES GAZ À EFFET DE SERRE ET SON BOIS

Ruolz ARISTE

*Direction de la recherche appliquée et de l'analyse  
Santé Canada*

Pierre LASSERRE

*Département des sciences économiques  
UQAM  
et CIRANO*

**RÉSUMÉ** – Cet article cherche à déterminer les âges optimaux de coupe d'un peuplement forestier lorsque le prix du bois suit, par hypothèse, un processus de mouvement brownien géométrique et l'externalité qu'engendre une forêt, par sa capacité à réduire le niveau du dioxyde de carbone de l'air et donc l'effet de serre, est adéquatement prise en compte. L'utilisation qui sera faite du bois récolté se révèle déterminante dans la prise de décision de coupe des arbres. Les résultats du modèle indiquent ce qui suit :

- l'âge de coupe socialement optimal est plus élevé que l'âge optimal de coupe du point de vue d'un propriétaire privé si le carbone emmagasiné est libéré au moment de la récolte;
- la rotation est plus courte si le carbone reste verrouillé lors de la coupe que dans le cas de sa libération;
- l'activité forestière devient socialement plus rentable; on ne passe à l'usage alternatif que pour des valeurs élevées du terrain (consacré à un autre usage) associées à de faibles réalisations du prix du bois.

**ABSTRACT** – This papers aims to determine the optimal rotation and the best alternative use of a forest stand when wood price is assumed to follow a Geometrical Brownian Motion and the externality generated by the forest capacity to reduce the level of carbon dioxide in the air is adequately taken into account. It is shown that the decision-making of cutting the trees depends heavily of the use which will be made of the harvested wood. The results of the model indicate what follows :

- The socially optimal rotation is higher than the optimal age of cut from the point of view of a private owner if stored carbon is released at the time of (or after) harvest;
- Rotation is shorter if carbon remains locked at the time of (and after) the cut than in the case of its release;
- The forestry becomes socially more profitable; one passes to the alternative use only for high site values associated with weak stumpage prices achievements.

## INTRODUCTION

La forêt fournit, en plus du bois, de nombreux autres services : récréation, approvisionnement de la nappe souterraine, captage du gaz carbonique, etc. Les premières études en économie forestière ignorent ces externalités et considèrent la forêt principalement pour sa production ligneuse. Ainsi, l'article séminal de Faustmann (1849) s'appuie sur un certain nombre d'hypothèses très restrictives : a) la forêt est exploitée uniquement pour son bois (usage mono-extrant); b) les prix et taux d'escompte futurs sont déterministes; c) l'exploitation forestière est la seule activité envisageable pour la terre considérée.

Certains auteurs comme Hartman (1976) ou Snyder et Bhattacharyya (1990) ont relâché l'hypothèse « usage mono-extrant » alors que d'autres tiennent compte de la variabilité du prix : Norstrom (1975), Lohmander (1987), Brazee et Mendelsohn (1988), Reed et Clarke (1990) de même que Teeter et Caulfield (1991). Des travaux plus récents ont simultanément relâché les hypothèses a) et b), Conrad (1997), Forsyth (1999), ainsi que les hypothèses b) et c), Thomson (1992), mais aucun des modèles passés en revue n'a écarté en même temps les trois hypothèses contraignantes du modèle de Faustmann. En outre, l'externalité que constitue le verrouillage du carbone a été envisagée dans certaines études, van Kooten *et al.* (1992, 1995), mais aucune de ces dernières n'a tenu compte de l'utilisation qui est faite du bois récolté tout en écartant les trois hypothèses restrictives susmentionnées.

Quelles sont les implications sur l'âge optimal de coupe d'incorporer simultanément une externalité positive (verrouillage du carbone par la forêt) et l'incertitude sur les prix du bois? Comment l'usage qui est fait du bois récolté influence-t-il cet âge optimal? Dans un tel contexte, une fois les arbres coupés, est-il toujours optimal de reconduire l'activité forestière? La littérature existante ne nous permet pas de répondre à ces différentes questions. Le modèle élaboré dans ce travail apporte une réponse à ces questions et permet ainsi d'étendre l'analyse dans une perspective plus globale. Ce modèle est une variante de celui de Thomson auquel a été ajoutée une composante reflétant les bénéfices écologiques associés au verrouillage du carbone par le bois. Les données reliées au bénéfice écologique seront présentées dans la première section et le modèle dans la seconde. Les sections trois et quatre discutent respectivement des méthodes de résolution et font état des résultats.

## 1. DONNÉES

Nous concentrons l'analyse sur deux produits forestiers : le bois marchand et le carbone. Pour déterminer quelle est la valeur sociale d'un peuplement forestier, il faut connaître la valeur du bois et celle du carbone emmagasiné par la forêt. La valeur du bois est donnée par le produit du prix d'un mètre cube ( $m^3$ ) de bois par le volume de bois récolté. Cependant, le bénéfice écologique que procure le carbone verrouillé ne se transige pas sur le marché. On doit évaluer la quantité de

carbone verrouillé par le peuplement forestier pendant le cycle végétatif et estimer la valeur d'une unité de réduction de carbone pour la société en vue d'arriver à chiffrer ce bénéfice. La quantité de carbone emmagasiné ( $Q$ ) par une forêt est directement proportionnelle au volume des arbres. Sous l'hypothèse d'une forêt équienne, on peut représenter, à une erreur près, le volume par la fonction suivante (Payandeh, 1991) :

$$Y_j = \phi S^\psi (1 - e^{-\eta j})^\psi \quad (1)$$

où  $Y$  est le volume marchand du bois ( $m^3$ /hectare),  $j$  est l'âge du peuplement,  $S$  est l'indice de site ( $m$ ) à 50 ans et  $\phi$ ,  $\eta$ ,  $\psi$  sont des paramètres du modèle. Cette fonction est telle que le volume du bois augmente d'abord à un taux croissant, puis à un taux décroissant, atteint un maximum pour enfin décroître (Grayson, 1989). La quantité de carbone verrouillé est obtenue à partir du volume marchand grâce à la relation (Adger et Brown, 1994):

$$Q_j = Y_j \beta D \rho \quad (2)$$

où  $\beta$  est un facteur qui corrige pour le fait que le volume biologique est supérieur au volume marchand; il donne le rapport de la biomasse forestière (tiges, racines, branches) au volume de bois utilisable,  $D$  est la densité du bois ( $tonne/m^3$ ) et  $\rho$  est le contenu de carbone en proportion de la matière sèche.

La valeur d'une tonne de carbone verrouillée par la forêt peut s'évaluer au coût de réduction d'une tonne de carbone par la méthode de réduction alternative la moins coûteuse. Une étude de l'OCDE / AIE<sup>1</sup> (1993) a montré que des carburants de substitution, notamment le diesel et le gaz naturel comprimé (GNC) offrent des perspectives financières intéressantes en ce sens qu'ils permettent de réduire les émissions de gaz à effet de serre de manière rentable. Les coûts liés à l'utilisation des véhicules fonctionnant au carburant diesel et au GNC sont calculés pour les États-Unis et la France en l'an 2000. Dans tous les cas de figure, les coûts de réduction des émissions ne dépassent pas 600 \$ par tonne de carbone et peuvent même atteindre le niveau de 200 \$ aussi bien aux États-Unis qu'en France. Ces valeurs capitalisées correspondent à un coût annuel de 8 \$ à 24 \$ en appliquant un taux d'actualisation de 4 %.

D'autres auteurs comme Nordhaus (1991), Cline (1992) et Fankhauster (1992) ont également estimé la valeur économique d'emmagasiner du carbone. Sur la base de ces différentes études, on peut estimer de manière conservatrice la valeur d'une tonne de réduction de carbone à 10 \$. On peut finalement estimer le bénéfice écologique à chaque période qu'on peut tirer d'un hectare (ha) de forêt convenablement aménagé et utilisé. À titre d'exemple, ce bénéfice écologique est de 516 \$ pour un site de pin gris âgé de 60 ans. Cette valeur représente la base sur laquelle on parvient à internaliser le bénéfice associé au phénomène de réduction de l'effet de serre par la forêt.

1. Organisation pour la Coopération et le Développement Économique / Agence Internationale de l'Énergie.

## 2. LE MODÈLE THÉORIQUE

Le problème d'exploitation forestière présente trois caractéristiques importantes. D'abord, les décisions sont partiellement irréversibles. L'irréversibilité vient du fait qu'une forêt une fois coupée prend en moyenne une cinquantaine d'années pour atteindre la maturité biologique ou financière. En second lieu, le problème d'exploitation forestière est dynamique. On veut étudier les âges optimaux de coupe à travers le temps. Enfin ce problème est aussi stochastique. Les dividendes futurs qu'on peut tirer d'une coupe forestière ne sont jamais certains puisque le prix du bois fluctue d'année en année. Ces trois caractéristiques justifient l'utilisation de la méthode des options réelles pour évaluer un peuplement forestier et donc déterminer les rotations optimales. Le gérant ayant la possibilité de couper une forêt détient une option : il peut récolter son peuplement mais il n'est pas obligé de le faire. S'il décide de procéder à la récolte, il exerce son option. Il abandonne la possibilité d'attendre de nouvelles informations sur les conditions du marché. Cette flexibilité a une valeur qui est justement prise en compte dans le modèle de valeur d'option. On va approfondir ce concept dans le cadre de la forêt. Commençons par énoncer les hypothèses de base retenues :

- la forêt génère une externalité climatique : verrouillage de carbone dotant la forêt du potentiel de diminuer le niveau des gaz à effet de serre; cette externalité est fonction du volume et de l'utilisation du bois récolté;
- le coût social d'une unité d'émission de carbone (ou le bénéfice pour la société d'une unité de réduction de carbone) est constant et exogène;
- la croissance des arbres n'est pas affectée par des éléments aléatoires;
- la fonction de distribution du prix du bois suit un mouvement brownien géométrique;
- le peuplement est exploité pour son bois et sa capacité d'absorption de carbone ou bien l'exploitation forestière est abandonnée après la coupe et le terrain nu est consacré à un meilleur usage alternatif;
- le cadre d'analyse est le peuplement forestier, c'est-à-dire un ensemble d'arbres qui sont tous de même âge et de même espèce.

L'hypothèse de prix stochastique ne permettra pas d'obtenir des solutions analytiques. C'est pourquoi on va recourir à des méthodes numériques. À cette fin, on se servira du modèle binomial de valeur d'option développé par Cox, Ross et Rubinstein (1979). Le processus de mouvement brownien géométrique est donné par :

$$dP = \alpha P dt + \sigma P dz \quad (3)$$

où  $P$  est le prix du bois,  $t$  est le temps,  $\alpha$  est un paramètre donnant l'espérance du taux d'accroissement du prix du bois,  $\sigma$  est la volatilité du prix (écart-type instantané) et  $dz$  est la variation d'un processus de Wiener. Ce processus continu est remplacé par une promenade aléatoire discrète de période  $dt$ , mouvement à la

hausse ou à la baisse du prix. Supposons qu'au départ le prix du bois est  $P$ . À la prochaine période, il peut soit augmenter au niveau  $(hP)$  avec une probabilité  $\pi$ , soit diminuer au niveau  $(bP)$  avec une probabilité  $(1 - \pi)$ . Quand  $dt \rightarrow 0$ , le processus binomial converge vers le mouvement brownien géométrique (3) dans la mesure où, selon Nelson et Ramaswamy (1990),

$$h = e^{\sigma\sqrt{dt}}; \quad b = \frac{1}{h} \quad \text{et} \quad \pi = \frac{(e^{adt} - b)}{(h - b)}.$$

À partir de cette structure, on peut construire un arbre des prix du bois possibles avec les probabilités de passage d'un prix à l'autre. Ainsi, on peut calculer la valeur sociale d'un peuplement forestier à travers le temps.

La valeur sociale d'un peuplement dépend de l'utilisation qui est faite du bois récolté. Pour tenir compte de ce fait, on peut considérer un coefficient de pondération  $\lambda^2$ , compris entre 0 et 1 et défini comme étant la proportion de carbone libérée pendant et après la coupe des arbres. Le bois peut être utilisé pour la construction ou l'ameublement. Dans ce cas, il est intégralement conservé et le carbone reste verrouillé ( $\lambda = 0$ ). Le bénéfice écologique est seulement partiel si le bois est utilisé dans les produits recyclables comme la papeterie ( $0 < \lambda < 1$ ). Le bois peut aussi être utilisé pour la cuisson, le chauffage; il est brûlé et ce cas correspond à une perte écologique totale ( $\lambda = 1$ ). Dans n'importe lequel de ces scénarios, si on récolte aujourd'hui, la société reçoit la valeur du bois et du terrain nu et la valeur correspondant au bénéfice écologique net. Ce dernier est donné par la valeur capitalisée des flux de bénéfices correspondant au maintien sous forme verrouillée d'une proportion  $(1 - \lambda)$  de la masse de carbone présente dans le bois. Si on décide d'attendre, la valeur du peuplement une période plus tard inclut la valeur pour la société du carbone verrouillé dans les arbres. Durant la période d'attente, la société bénéficie en outre d'une sorte de dividende : la valeur engendrée par le service d'épuration de l'air que fournit la forêt.

Par ailleurs, si nous adoptons l'hypothèse de la neutralité au risque, nous pouvons évaluer les profits futurs en actualisant leurs valeurs espérées au taux d'intérêt sans risque  $r$ . La valeur totale du peuplement pour la société est donc donnée par la plus élevée des deux valeurs : ce que la société obtient en récoltant en  $t$  et l'espérance de ce qu'elle obtiendra en attendant encore au moins une période.

Soit

$$V(P_t, Y_{t,j}, Z) = \text{Max} \left\{ \begin{array}{l} P_t Y_{t,j} + (1 - \lambda) \left( \frac{Z}{r} \right) Q_{t,j} + V(P_t, Y_{t,0}, Z); \\ \left[ \frac{V(P_{t+1}, Y_{t+1,j+1}, Z) - C + Z Q_{t,j}}{(1 + r)} \right] \end{array} \right\} \quad (4)$$

2. Dans ce travail, le paramètre  $\lambda$  est fonction uniquement du l'utilisation du bois récolté. On peut aussi envisager de faire dépendre ce paramètre de l'espèce forestière considérée ou du prix du bois.

où  $P_t$  est le prix du bois au temps  $t$ ,  $Y_{t,j}$  est le volume du bois au temps  $t$  pour un peuplement d'âge  $j$ ,  $Z$  est la valeur pour la société d'une unité de réduction de carbone par unité de temps,  $Q_{t,j}$  est la quantité de carbone emmagasinée au temps  $t$  par le peuplement d'âge  $j$  (elle est fonction du volume du bois)  $V(P_t, Y_{t,0}, Z)$  est la valeur du terrain nu, c'est-à-dire la valeur d'un peuplement d'âge zéro en  $t$  lorsque le prix du bois est  $P_t$  (comme on le verra plus bas le terrain peut rester à usage forestier ou être consacré à un autre usage)  $ZQ_{t,j}$  est le bénéfice écologique de la période (il constitue un flux),  $(1 - \lambda)(Z/r)Q_{t,j}$  est le bénéfice écologique net tiré du bois récolté (ce bénéfice est capitalisé et constitue un stock) enfin  $C$  est le coût de gestion du peuplement.

Le terme  $P_t Y_{t,j}$  est la valeur de la récolte en  $t$  pour un peuplement d'âge  $j$ . En l'ajoutant à la valeur du terrain nu  $V(P_t, Y_{t,0}, Z)$ , et au bénéfice écologique net, on obtient la valeur totale du peuplement si la récolte est effectuée aujourd'hui. On compare cette valeur à la valeur attendue une période plus tard si la récolte est retardée. Le maintien du peuplement pendant une période additionnelle requiert des coûts de gestion ( $C$ ) qui doivent être soustraits de la valeur de la prochaine récolte. Ils sont par hypothèse exogènes, déterministes et constants. Si le prix du bois, les coûts de gestion et le taux de croissance des arbres sont tous constants dans le temps, la résolution de l'équation (4) aboutit au résultat de Faustmann et  $V(P_t, Y_{t,0}, Z)$  est la valeur du terrain nu de Faustmann.

En réalité,  $V(P_{t+1}, Y_{t+1,j+1}, Z)$  dépend de la réalisation des prix futurs incertains à travers le temps. En un temps  $t$  quelconque, le prix suit un processus stochastique binomial et le volume du bois est donné par la fonction (1) Ainsi, les valeurs actuelle et attendue de la forêt sont explicitement déterminées à des nœuds discrets.

Si on remplace la seconde expression de l'équation (4) par sa valeur, on obtient une équation dont la solution donne la condition de maturité pour n'importe quel prix de l'arbre binomial :

$$V(P_t, Y_{t,j}, Z) = \text{Max} \left\{ \begin{array}{l} P_t Y_{t,j} + (1 - \lambda) \left( \frac{Z}{r} \right) Q_{t,j} + V(P_t, Y_{t,0}, Z); \\ \frac{\left[ \pi V(hP_t, Y_{t+1,j+1}, Z) + (1 - \pi) V(bP_t, Y_{t+1,j+1}, Z) - C + ZQ_{t,j} \right]}{(1 + r)} \end{array} \right\} \quad (5)$$

où  $V(hP_t, Y_{t+1,j+1}, Z)$  est la valeur de la forêt une période plus tard en cas de hausse du prix,  $V(bP_t, Y_{t+1,j+1}, Z)$  est la valeur de la forêt une période plus tard en cas de baisse du prix, et la maximisation s'effectue par la décision de récolter en  $t$  ou d'attendre au moins une période.

### 3. RÉOLUTION

L'équation (5) est récursive et permet de choisir l'âge optimal de coupe. À supposer que l'on connaisse la valeur du peuplement à une date  $T$ , que nous appellerons la dernière période, on peut en déduire la valeur de  $V$  à toutes les

dates antérieures en solutionnant (5). Ainsi, la valeur du peuplement en un temps  $t$  quelconque reflète la possibilité d'exercer en tout temps  $t$  l'option de couper le peuplement. Les questions du choix de  $T$  et de la détermination de  $V$  à cette date sont abordées aux paragraphes suivants.

L'équation (5) montre aussi que la valeur du peuplement dépend des valeurs de la prochaine période. En conséquence, l'évaluation ne peut s'effectuer que si l'on connaît les valeurs futures du peuplement. Comme on est en face d'un problème à horizon infini, ceci pose une difficulté que l'on surmonte en postulant qu'il existe une période finale  $T$ . On peut montrer que l'erreur d'approximation ainsi faite peut être rendue arbitrairement faible en choisissant une période  $T$  suffisamment élevée. Par hypothèse, la décision optimale en  $T$  est de récolter le peuplement quel que soit le prix du bois. Le processus récursif commence donc à partir de la période  $T$  et consiste à évaluer, à chaque prix et volume, si la valeur immédiate de la récolte, des bénéfices externes et du terrain excède la valeur présente attendue de la meilleure décision de la prochaine période et ainsi la marche arrière continue jusqu'à la période actuelle.

La condition terminale s'appliquant en  $T$  exige que  $V(P_T, Y_{T,J}, Z)$  soit égale à la valeur de la forêt à la période finale, c'est-à-dire la somme de la valeur du bois ( $P_T Y_{T,J}$ ), du bénéfice écologique net  $((1 - \lambda)(Z/r) Q_{T,J})$ , et de la valeur du terrain nu ( $V(P_T, Y_{t,0}, Z)$ ).

Soit

$$V(P_T, Y_{T,j}, Z) = \left\{ P_T Y_{T,j} + (1 - \lambda) \left( \frac{Z}{r} \right) Q_{T,j} + V(P_T, Y_{t,0}, Z) \right\} \quad j = 0, 1, 2, \dots, J \quad (6)$$

où  $J$  est l'âge maximum des arbres dans le modèle. Il est choisi tel qu'il n'influence pas les résultats. À l'âge  $J$ , la valeur commerciale du bois diminue avec le temps et il est désirable de couper même s'il y a possibilité de hausse du prix. Cependant, il se peut qu'il soit désirable de récolter à un âge inférieur à  $J$  et c'est précisément ce que détermine la résolution du problème (5). Avant d'y arriver, nous allons traiter la question de la valeur du terrain.

La valeur du terrain,  $V(P_T, Y_{t,0}, Z)$  dans l'équation (6) correspond au maximum de deux valeurs : celle du terrain dans l'usage forestier et celle du terrain dans l'usage alternatif. Si la valeur du terrain dans l'usage alternatif est supérieure à celle dans l'usage forestier, alors il faut abandonner l'activité forestière pour passer à l'usage alternatif à la dernière période et vice versa. La valeur du terrain dans le modèle est calculée comme suit. Si le peuplement est récolté en  $t$ , il est remplacé par un autre peuplement âgé d'un an à la prochaine période à moins que le terrain soit converti à un usage alternatif ou abandonné. Si la valeur de ce peuplement d'un an à la prochaine période excède les coûts de régénération et les coûts d'entretien d'une période, la valeur du terrain est la valeur de la forêt âgée d'une année moins les coûts de régénération immédiats et les coûts d'entretien actua-



lisés pour la période. Si ce calcul donne une valeur moindre que celle d'un usage alternatif, alors la valeur du terrain est celle de l'usage alternatif; ce qui signale une conversion de la forêt. S'il n'y a pas d'usage alternatif pour le site, sa valeur est nulle et dans ce cas, choisir un usage alternatif signifie tout simplement l'abandon de l'activité forestière et du terrain. Les résultats incluent donc la valeur d'option d'abandonner le terrain ou de convertir la forêt à un autre usage si le prix du bois est trop bas pour justifier une telle activité. L'équation donnant la valeur du terrain s'écrit comme suit :

$$V(P_t, Y_{t,0}, Z) = \text{Max} \left\{ \frac{[\pi V(hP_t, Y_{t+1,1}, Z) + (1 - \pi) V(bP_t, Y_{t+1,1}, Z) - C]}{(1 + r)} - D; \text{Alt} \right\} \quad (7)$$

où  $D$  représente les coûts de régénération du peuplement (\$/ha) et  $\text{Alt}$  est la valeur du terrain dans un autre usage.

Cette équation traduit le fait que si une activité alternative se révèle plus rentable que l'exploitation forestière malgré que les bénéfices externes soient dûment considérés, le gérant détient l'option d'entreprendre l'activité en question. Certains auteurs modifient l'équation (7) de façon à éliminer l'option d'abandonner l'activité forestière. La valeur d'option calculée est alors uniquement celle de la flexibilité dans la période de récolte et on se limite aux modèles de prix critique comme principal déterminant de l'âge de rotation (Brazee et Mendelsohn, 1988; Forbese *et al.*, 1996).

Le processus récursif commence avec l'équation (6) qui est utilisée pour calculer les valeurs des peuplements pour tous les  $P$  et  $Y_j$  en  $t = T$ . À ce stade, on traite la valeur du terrain nu comme exogène en fixant  $V(P_t, Y_{t,0}, Z) = \text{Alt}$ . Ensuite, l'équation (5) est évaluée pour toutes les valeurs de  $P$  et  $Y_j$  à la période  $t = T - 1$ . Le choix de la stratégie de valeur plus élevée à cette période incorpore les décisions optimales de récolter ou d'attendre et, si l'option de récolter est retenue, de régénérer ou de convertir la forêt à l'usage alternatif. Si le peuplement est d'âge  $J$  à la date  $T - 1$ , alors il doit être récolté. À chaque date  $t$  on détermine en fonction du prix les âges auxquels il faut couper les arbres et les âges auxquels il faut attendre; l'âge critique constitue l'âge optimal de coupe. En appliquant (5), on obtient la valeur de  $V(P_t, Y_{t,J}, Z)$  correspondante, y compris la valeur correspondant à  $Y_{t,0}$ , qui est la valeur du terrain nu. À chaque nouvelle récursion correspond donc une nouvelle approximation de la fonction  $V$ , le choix d'une valeur arbitraire du terrain nu en  $T$  a de moins en moins d'influence sur cette approximation. On interrompt le processus d'itération lorsque les changements dans l'évaluation de la fonction  $V$  entre  $t$  et  $t - 1$  sont inférieurs à  $\epsilon$  à chaque prix et volume.

Le modèle déterministe peut être obtenu à partir du modèle stochastique en fixant les paramètres de dérive et de volatilité à zéro. La même approche de programmation dynamique est utilisée pour calculer l'âge optimal de coupe du modèle déterministe. On peut aussi déterminer cet âge optimal de coupe de manière analytique. Pour cela, le critère retenu est celui de la maximisation des

revenus actualisés. On maximise la valeur sociale présente nette du peuplement en fonction de l'âge de récolte  $A$ . Si l'on considère le cas d'une rotation, l'expression donnant la valeur sociale du peuplement est

$$V_1(A) = e^{-rA}PY(A) - D + e^{-rA}(1-\lambda)\left(\frac{Z}{r}\right)Q(A) + \int_0^A e^{-rt}ZQ(t)dt. \quad (8)$$

Au moment de la récolte, on reçoit la valeur nette du bois, plus la valeur du carbone verrouillé réduite de la perte écologique nette et le flux de dividende obtenu suite au service de verrouillage du carbone par la forêt.

Cette expression ne tient pas compte du fait qu'après la coupe, la terre est prête à accueillir une nouvelle forêt. Plus la récolte sera retardée, plus on devra attendre les revenus générés par cette nouvelle forêt. On peut prouver que, lorsque  $P$  est constant, les rotations doivent être égales. On doit avoir  $A_1 = A_2 = \dots = A_\omega = A$ . On récrit l'expression précédente en y ajoutant la contribution des rotations futures. La valeur sociale du peuplement devient :

$$V(A) = \sum_{\omega=0}^{\infty} e^{-r\omega A} \left[ e^{-rA}PY(A) - D + e^{-rA}(1-\lambda)\left(\frac{Z}{r}\right)Q(A) + \int_0^A e^{-rt}ZQ(t)dt \right] \quad (9)$$

où  $\omega$  est l'indice des rotations qui suivent la première récolte, laquelle correspond à  $\omega = 0$ .

Les conditions de premier ordre requièrent que  $A$  satisfasse l'équation suivante :

$$PY' + (1-\lambda)\left(\frac{Z}{r}\right)Q' = rV(A) + r \left[ PY(A) - \lambda\left(\frac{Z}{r}\right)Q(A) \right]. \quad (10)$$

Le membre de gauche de l'équation représente des bénéfices (ce que l'on gagne du fait qu'on maintient le peuplement debout) et celui de droite des coûts d'opportunité (ce que l'on perd du fait qu'on ne coupe pas).  $PY'$  est l'augmentation dans la valeur du bois debout par unité de temps.  $(1-\lambda)(Z/r)Q'$  est l'augmentation, due à la croissance du peuplement, dans la valeur nette du carbone verrouillé par unité de temps. Puisqu'une partie de cette augmentation est réinsérée dans l'atmosphère au moment de la coupe, on applique le coefficient  $(1-\lambda)$  à sa valeur brute  $(Z/r)Q'$ . Ce bénéfice peut disparaître entièrement si, lors de la coupe, tout le bois est brûlé, auquel cas le coefficient  $(1-\lambda)$  est nul.

Du côté des coûts, le terme  $r[PY(A) - \lambda(Z/r)Q(A)]$  représente le coût d'opportunité du bois debout : valeur marchande nette de la perte écologique intervenant à la coupe. Comme il y a plusieurs rotations, le fait d'attendre implique également le coût de retarder les récoltes futures; puisque la valeur du terrain nu reflète celle des récoltes futures, ce coût se mesure comme un coût d'opportunité du terrain nu,  $rV(A)$ .

La condition de premier ordre stipule que la forêt doit être récoltée quand l'augmentation de la valeur nette du bois est égale à la somme du coût d'opportunité d'investir le capital qu'on obtiendrait si le bois était récolté et du coût d'opportunité du terrain. Il faut noter que ce dernier inclut la valeur de verrouiller du carbone dans le futur et la valeur du bois marchand des récoltes futures.

Si  $Z = 0$ , on reproduit le modèle de Faustmann : la valeur de la croissance du bois devrait couvrir à elle seule les coûts d'opportunité associés au bois et au terrain. Bien que ces derniers soient également plus faibles lorsque la valeur du carbone n'est pas prise en compte, on vérifie facilement qu'une telle situation exige, toutes choses étant égales par ailleurs, un plus fort accroissement de volume. L'âge de maturité est donc atteint à une pente plus abrupte sur la courbe de volume : il est plus faible que si  $Z$  est positif. Ce résultat se retrouve également dans l'analyse numérique du modèle (Annexe D, tableau 4).

#### 4. ANALYSE NUMÉRIQUE<sup>3</sup>

Comment la prise en compte de la valeur d'emprisonner le carbone dans le bois modifie-t-elle les règles de gestion d'une exploitation forestière? Les effets sont-ils les mêmes lorsque le prix du bois est stochastique et que l'on emploie une règle d'arrêt optimal comme Thomson (1992) ou Lohmander (1987) que dans le cadre d'un modèle de Faustman? Dans tous les cas, la prise en compte du carbone augmente la valeur d'affecter une terre à un usage forestier. Cependant l'impact sur le mode d'exploitation est un peu plus compliqué.

En l'absence de valeur carbone, l'effet d'une augmentation de prix sur la rotation de Faustman est sans ambiguïté : il est inexistant en l'absence de frais de coupe ou de réensemencement. La rotation diminue lorsqu'il existe de tels frais, car le gestionnaire peut se permettre de les encourir plus souvent (à chaque rotation) lorsque la valeur de la récolte est plus élevée. On pourrait penser que la même logique s'applique lorsque c'est le verrouillage du carbone et non l'augmentation du prix qui est responsable de l'augmentation de valeur. Comme nous le montrons dans l'annexe C, c'est bien ce qui se passe lorsque le carbone reste verrouillé dans le bois à la récolte, c'est-à-dire lorsque  $\lambda = 0$ ; dans ce cas en effet la récolte permet de réaliser la valeur marchande du bois sans affecter la valeur du carbone stocké dans ce dernier. En revanche, lorsque  $\lambda$  est positif, il se produit une perte lors de la récolte, ce qui incite à retarder cette dernière en augmentant la rotation. L'un ou l'autre des deux effets peut l'emporter. Cependant, si tout le carbone est libéré dans l'atmosphère à la récolte ( $\lambda = 1$ ), on montre que, sans ambiguïté, la prise en compte du carbone conduit à augmenter la rotation.

En tout état de cause, lorsque  $0 < \lambda < 1$ , l'incitation à réduire le coût de retarder les nouvelles rotations disparaît si  $r$  tend vers l'infini; dans ce cas l'incitation à prolonger la rotation pour obtenir le bénéfice immédiat de retarder la

3. Pour les valeurs des paramètres servant au calcul de la valeur du peuplement, voir l'annexe A.

libération de carbone dans l'atmosphère devient dominante. La prise en compte de la valeur carbone fait augmenter  $A$  lorsque  $r$  est infini. À l'inverse, si  $r$  tend vers zéro,  $A$  diminue lorsque  $Z$  augmente.

Lorsque le prix est stochastique et que le gestionnaire choisit, à âge donné, le prix critique au-dessus duquel il convient de récolter ou, de façon équivalente, lorsqu'il choisit, à prix donné, l'âge critique au-dessus duquel il faut récolter, la même logique s'applique. Tous les résultats numériques présentés ici (tableaux 1 et 2) font état d'une augmentation de l'âge de coupe. Cependant cette augmentation est moins forte si  $\lambda = 0$  (tableau 1) que si  $\lambda = 1$  (tableau 2) et l'effet pourrait être renversé pour des valeurs appropriées des paramètres ( $r$  petit par exemple).

TABLEAU 1

VALEURS SOCIALES COURANTES DU PEUPEMENT ET ÂGES DE COUPE OPTIMAUX  
SELON LE PRIX RÉALISÉ EN CAS DE CONSERVATION DU CARBONE ( $\lambda = 0$ )

Âge	Prix							
	12	20	37	50	67	101	203	499
41	14 750	15 508	17 169	18 502	20 343	23 917	35 207	68 615
42	14 966	15 745	17 453	18 825	20 718	24 395	36 017	70 412*
43	15 177	15 978	17 734	19 145	21 093	24 876	36 837	72 186
44	15 383	16 207	18 013	19 464	21 468	25 361	37 673*	73 889
45	15 585	16 433	18 290	19 782	21 843	25 847	38 508	75 520
46	15 783	16 655	18 565	20 100	22 220	26 340	39 307	77 080
47	15 978	16 874	18 838	20 417	22 598	26 840*	40 070	78 570
48	16 170	17 091	19 110	20 734	22 976	27 328	40 798	79 991
49	16 358	17 306	19 382	21 052	23 361*	27 793	41 491	81 343
50	16 544	17 519	19 654	21 372*	23 733	28 236	42 149	82 630
51	16 728	17 730	19 925	21 690	24 086	28 656	42 775	83 851
52	16 911	17 941	20 200*	21 991	24 422	29 054	43 369	85 010
53	17 091	18 151	20 462	22 277	24 739	29 432	43 931	86 109
54	17 271	18 360*	20 711	22 548	25 040	29 790	44 464	87 149
55	17 450	18 568	20 946	22 804	25 324	30 128	44 968	88 133
56	17 629*	18 765	21 168	23 046	25 593	30 448	45 444	89 063

NOTE : \* Âge optimal de coupe

TABLEAU 2

VALEURS SOCIALES COURANTES DU PEUPLEMENT ET ÂGES DE COUPE OPTIMAUX  
SELON LE PRIX RÉALISÉ EN CAS DE LIBÉRATION DU CARBONE ( $\lambda = 1$ )

Âge	Prix							
	12	20	37	50	67	101	203	499
41	10 548	10 947	11 805	12 516	13 568	15 904	25 259	57 656
42	10 602	11 012	11 894	12 621	13 696	16 079	25 664	59 014
43	10 645	11 066	11 972	12 717	13 814	16 245	26 070	60 389*
44	10 676	11 110	12 040	12 803	13 923	16 403	26 466	61 788
45	10 696	11 143	12 099	12 880	14 024	16 552	26 864	63 129
46	10 705	11 165	12 147	12 948	14 116	16 694	27 251	64 412
47	10 704	11 177	12 186	13 006	14 200	16 828	27 641	65 637
48	10 691	11 178	12 216	13 056	14 275	16 954	28 021	66 805
49	10 668	11 169	12 235	13 097	14 342	17 073	28 400	67 917
50	10 634	11 149	12 246	13 129	14 402	17 185	28 777	68 975
51	10 589	11 119	12 247	13 153	14 454	17 289	29 139	69 979
52	10 533	11 079	12 239	13 168	14 498	17 387	29 509*	70 932
53	10 467	11 029	12 221	13 174	14 534	17 477	29 876	71 835
54	10 390	10 968	12 195	13 173	14 564	17 562	30 224	72 690
55	10 302	10 897	12 159	13 163	14 586	17 640	30 553	73 499
56	10 203	10 816	12 114	13 145	14 600	17 713	30 863	74 263
57	10 094	10 725	12 060	13 118	14 608	17 779	31 157	74 985
58	9 973	10 623	11 997	13 084	14 609	17 840	31 434	75 667
59	9 842	10 510	11 924	13 041	14 603	17 895	31 695	76 310
60	9 699	10 387	11 842	12 990	14 590	17 945	31 942	76 915
65	8 815	9 610	11 289	12 607	14 423	18 120	32 972	79 451
70	7 622	8 541	10 480	12 000	14 077	18 186	33 728	81 310
75	6 083	7 145	9 384	11 139	13 531	18 155	34 278	82 661

NOTE : \* Âge de coupe optimal

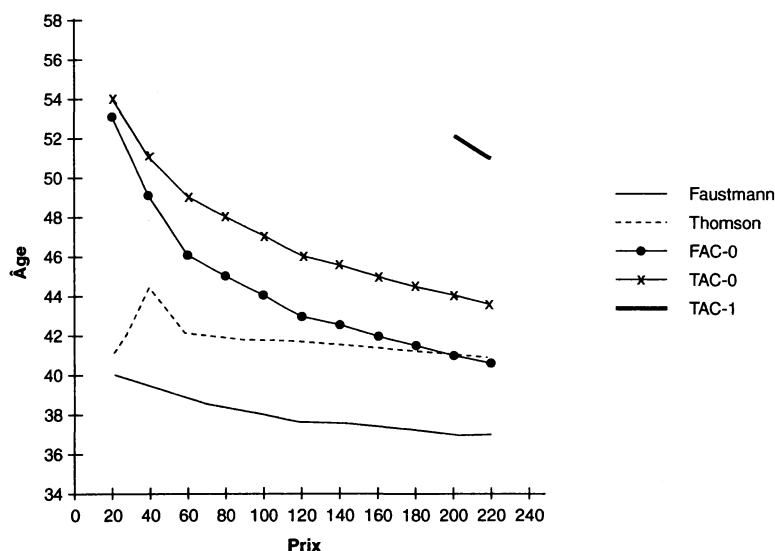
La comparaison des tableaux 1 et 2 permet de constater que l'âge optimal de coupe, pour un prix donné, est atteint plus rapidement lorsque le carbone est conservé que si le carbone devait être libéré. Sachant que le carbone restera verrouillé après la coupe, le planificateur n'a plus besoin de retarder la récolte pour différer la perte en carbone qui lui est associée. Il est préférable de couper et de régénérer pour profiter au plus vite du fort taux de croissance des arbres équivalent à un fort taux d'emmagasinement du carbone.

Lorsque le stock de carbone verrouillé est complètement libéré ( $\lambda = 1$ ), la quantité de carbone émise au moment de la destruction du stock compense exactement celle qui a été emmagasinée durant le cycle végétatif de la forêt. Le bilan de carbone est donc nul à la récolte. Au contraire, en décidant d'attendre, on conserve ce stock de carbone verrouillé tout en permettant à la forêt de continuer à emprisonner du carbone supplémentaire et de ce fait à procurer le dividende écologique sous forme de flux. On va garder le peuplement forestier plus longtemps puisqu'ainsi, on évitera la perte écologique. La rotation optimale se trouve donc rallongée comme en fait état le tableau 2.

En fait, on ne coupe que si le prix du bois est très élevé. C'est ce que traduit la série (TAC-1) du graphique 1 où l'on envisage de récolter seulement quand le prix du bois atteint le niveau de 203 \$/m<sup>3</sup>. Pour un tel prix critique, l'âge de coupe est de 52 ans alors qu'il serait de 44 ans si on devait conserver le bois récolté.

### GRAPHIQUE 1

ÂGES OPTIMAUX DE COUPE EN FONCTION DU PRIX DU BOIS POUR DIFFÉRENTS MODÈLES\*



NOTE : \* TAC-0 : Thomson avec carbone pour  $\lambda = 0$ ; TAC-1 : Thomson avec carbone pour  $\lambda = 1$ ;  
FAC-0 : Fausmann avec carbone pour  $\lambda = 0$ .

L'impact de la prise en compte du verrouillage de carbone sur les superficies forestières constitue un autre point d'intérêt de ce travail. L'activité forestière devient socialement plus rentable dans le cas où l'emmagasinage du carbone est considéré. Même si le prix du bois enregistre des baisses consécutives, le bénéfice écologique compense suffisamment pour qu'il ne soit pas désirable de couper tôt et de passer à un usage alternatif. On va changer d'activité moins souvent. En fait, pour les valeurs choisies du terrain à l'usage alternatif ( $Alt = 0$ ) et d'une tonne de réduction de carbone ( $Z = 10$  \$/an), l'activité forestière constitue le meilleur usage à faire du terrain indépendamment du prix et de l'utilisation du bois. Pour des valeurs de  $Alt = 4\ 000$  \$ et  $\lambda = 1$  (libération du carbone verrouillé), si le prix du bois est inférieur ou égal à 67 \$/m<sup>3</sup>, on doit passer à l'usage alternatif. Par contre, pour des valeurs de  $Alt = 4\ 000$  \$ et  $\lambda = 0$  (conservation du carbone verrouillé), on change d'activité seulement si le bois récolté vaut 20 \$/m<sup>3</sup> ou moins.

Ceci suggère qu'en cas de conservation intégrale du carbone, le terrain doit avoir beaucoup de valeur à l'usage alternatif et parallèlement, le prix du bois doit être faible pour qu'il soit socialement préférable d'abandonner l'activité forestière. Si on internalise les bénéfices associés au verrouillage du carbone par la forêt, on doit assister à une certaine augmentation des superficies plantées en forêt du fait que les surfaces forestières en place seront maintenues et que de nouvelles superficies seront mises en forêt.

Les résultats obtenus dans cette étude permettent de formuler quelques recommandations de politique économique :

a) *Subventionner (taxer) les activités qui contribuent à garder (libérer) le carbone verrouillé*

La diminution du niveau des gaz à effet de serre par la forêt améliore le bien-être de la société puisque la valeur sociale du peuplement est plus élevée que la valeur commerciale. Pour que les compagnies forestières considèrent adéquatement les bénéfices externes de leurs décisions, l'État doit leur fournir les bonnes incitations. Par exemple on pourrait, par un jeu de subventions et de taxes, amener les gérants forestiers à adopter la solution conduisant à l'optimum social. À des fins d'ameublement ou de construction, on peut encourager la coupe des arbres suivie de régénération par le biais d'une subvention pour chaque hectare de forêt récolté et régénéré. Cette subvention d'une valeur de  $ZQ(t)$  par an est égale à la valeur totale du carbone emmagasiné pour cette année. Parallèlement, pour tout usage conduisant à une libération de carbone, une taxe représentant le coût social du carbone dégagé devrait être appliqué au moment de la coupe. Cette taxe serait donnée par l'expression  $\lambda ZQ(t)$  pour chaque hectare de forêt récolté et serait conditionnelle à l'utilisation qui est faite du bois récolté. Ainsi, si le bois coupé doit être utilisé dans la construction ou la fabrication de meubles, il n'y a pas de taxe à verser sur le produit récolté. S'il faut recourir à un jeu de subventions et de taxes pour les domaines privés, une taxe au moment de la coupe serait suffisante pour réaliser cette solution de premier rang dans le cas des forêts appartenant au

domaine public et dont le reboisement est assuré par l'État. Quant aux permis d'émission que l'on envisage d'accorder à des firmes qui assureraient l'*afforestation* de certains terrains, notre analyse montre qu'ils devraient idéalement tenir compte de l'utilisation qui sera faite de la future forêt.

b) *Investir davantage dans la lutte contre les feux de forêt*

Les feux de forêt constituent de nos jours un phénomène de plus en plus alarmant. Les dommages physiques généralement considérés dans l'évaluation des dégâts sont énormes. Cependant, les dommages environnementaux ne sont pas à négliger. Puisqu'ils restituent intégralement dans l'atmosphère le carbone emmagasiné, les feux de forêt correspondent au cas de figure où  $\lambda = 1$ ; ils contribuent à augmenter le phénomène de l'effet de serre. Pour une évaluation adéquate des dommages causés par ces feux de forêt, on doit considérer le coût social du carbone qui est libéré dans l'atmosphère en cette circonstance. Ceci aura pour effet d'augmenter le coût estimé des dommages; ce qui peut justifier un investissement plus important dans la lutte contre les feux de forêt.

c) *Accorder la priorité, dans les programmes de reboisement, aux espèces forestières à forte croissance des pays tropicaux*

La quantité de carbone emmagasiné est fonction du volume et donc de la croissance des arbres. Plus un arbre croît rapidement, plus vite il emmagasine du carbone pour contribuer à réduire le phénomène de l'effet de serre, rendant ainsi l'activité forestière socialement plus rentable. Dus aux facteurs climatiques, les espèces végétales des pays tropicaux ont une croissance plus forte que celles des pays tempérés. Elles emmagasinent donc davantage de carbone par unité de temps. Selon des prévisions qualitatives, les âges optimaux de coupe seront plus courts dans le cas des forêts tropicales que dans celui des forêts tempérées, si le carbone reste verrouillé. En accordant la priorité à ces espèces tropicales, on peut augmenter la contribution de la forêt au phénomène de réduction de l'effet de serre tout en augmentant la rentabilité économique des programmes de reboisement. La protection de l'atmosphère ne passe par le ralentissement des coupes de bois tropicaux que dans la mesure où les surfaces concernées ne sont pas régénérées. Si elles le sont et si le carbone reste verrouillé, c'est plutôt une accélération des coupes qui serait désirable pour réduire la masse de gaz carbonique dans l'atmosphère.

## CONCLUSION

Le but de ce travail a été d'examiner les implications sur la rotation optimale de l'incorporation simultanée des phénomènes de verrouillage de carbone par la forêt et de l'incertitude du prix du bois. On a déterminé les âges optimaux de coupe en fonction du prix du bois, de l'utilisation faite du bois récolté et on a discuté du meilleur usage à faire du terrain après la récolte.



Les résultats trouvés ont conduit à la formulation des recommandations dans le cadre d'une politique de réduction du niveau des gaz à effet de serre s'appuyant sur la gestion forestière. L'application de ces recommandations est tributaire de la valeur sociale implicite d'une unité de réduction de carbone. Or, cette valeur est influencée par des facteurs exogènes et revêt un aspect incertain. L'une des pistes de recherche ultérieure serait donc de modéliser, en plus du prix du bois, le prix de l'unité de carbone par un processus stochastique de manière à envisager comment les résultats vont être influencés. Par ailleurs, il serait intéressant de calculer l'augmentation de superficie correspondant au niveau socialement optimum. Pour cela, il faut déterminer la valeur optimale de  $\lambda$  (la proportion de carbone libérée dans l'atmosphère lors de l'utilisation commerciale du bois). En outre, l'âge optimal de coupe du point de vue du propriétaire privé étant différent de l'âge socialement optimum, on pourrait élaborer plus amplement et de manière quantitative sur les différents mécanismes incitatifs pouvant amener un propriétaire privé à s'aligner sur les intérêts de la société.

## ANNEXE A

## VALEUR DES PARAMÈTRES

Le prix du bois à la date de départ<sup>4</sup> est  $P_0 = 50 \text{ \$}/\text{m}^3$ . La période finale choisie est  $T = 120$  et l'âge maximal des arbres dans le modèle est  $J = 80$  ans. Les valeurs des paramètres du modèle de croissance ont été choisies pour le pin gris. Elles permettent d'obtenir le volume marchand (en  $\text{m}^3$ ) à 7 cm de diamètre à hauteur de souche (Payandeh, 1991).

$$\varphi = 2,5363 \quad S = 12,2 \quad \phi = 1,611$$

$$\eta = -0,068 \quad \psi = 8,015$$

Les valeurs des paramètres permettant de calculer la quantité de carbone verrouillé (équation 2) sont  $\beta = 1,6$ ,  $D = 0,52$  et  $\rho = 0,5$ . Les paramètres de dérive ( $\alpha$ ) et de volatilité ( $\sigma$ ) permettent de tracer le sentier des prix du bois. Ils sont choisis de manière arbitraire et sont respectivement de 0,01 et 0,1. Le coût annuel d'une unité d'émission de carbone est  $Z = 10$  (section 1). Si on fixe  $Z = 0$ , c'est comme si on ne tenait pas compte du bénéfice écologique, on retombe sur le modèle de Thomson. Le paramètre  $\lambda$  s'interprète comme étant la proportion de carbone libérée lors de la coupe des arbres. Si le bois récolté est totalement brûlé, tout le stock de carbone verrouillé est détruit ( $\lambda = 1$ ). Au contraire, si le bois est intégralement conservé, le stock de carbone verrouillé est maintenu et représente un bénéfice écologique,  $\lambda = 0$  (section 2). À travers ce paramètre, le programme est en mesure de calculer la valeur sociale du peuplement en fonction de l'utilisation qui est faite du bois récolté. Par ailleurs, le programme est exécuté pour des valeurs de  $Alt = 0$  et 4 000  $\text{\$/ha}$ . Les coûts de régénération ( $D$ ) sont de 800  $\text{\$/ha}$ . Le taux d'escompte  $r$  considéré est de 4 %.

4. Il représente le prix moyen payé, en 1996, par les usines aux producteurs de pin gris des syndicats et offices des Laurentides-Outaouais, de Québec et du Saguenay-Lac-St-Jean (Fédération des Producteurs de Bois du Québec, 1997).

## ANNEXE B

## MODÈLE DÉTERMINISTE À PRIX CONSTANT

## VARIATION DE L'ÂGE OPTIMAL DE COUPE PAR RAPPORT AU PRIX DU BOIS

La condition de premier ordre (CPO) est  $\Theta(P, A) = 0$

où  $\Theta = V' = PY' + \lambda ZQ(A) + (1 - \lambda) \left( \frac{Z}{r} \right) Q' - rV(A) - rPY(A)$ .

Par différentiation totale, on a

$$\frac{\partial \Theta}{\partial P} dP = - \frac{\partial \Theta}{\partial A} dA \Rightarrow \frac{dA}{dP} = - \frac{\partial \Theta / \partial P}{\partial \Theta / \partial A},$$

avec, par la condition du deuxième ordre,  $\frac{\partial \Theta}{\partial A} < 0$ .

Pour trouver le signe de  $\frac{\partial \Theta}{\partial P}$ , divisons la CPO par  $P$  :

$$\Phi = \frac{\Theta}{P} = Y' + \frac{\lambda ZQ}{P} + \frac{(1 - \lambda)ZQ'}{rP} - \frac{rV}{P} - rY = 0,$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial P} = \frac{-\lambda ZQ}{P^2} - \frac{(1 - \lambda)ZQ'}{rP^2} - \left( \frac{r}{P} \right) \frac{\partial V}{\partial P} + \left( \frac{r}{P^2} \right) V$$

$$= \frac{-\lambda QZ}{P^2} - \frac{(1 - \lambda)Q'Z}{rP^2} - \left( \frac{r}{P} \right) (e^{-rA} Y) \frac{e^{rA}}{e^{rA} - 1}$$

$$+ \left( \frac{r}{P^2} \right) \left[ e^{-rA} PY - D + e^{-rA} (1 - \lambda) \left( \frac{Z}{r} \right) Q + \int_0^A e^{-rt} ZQ(t) dt \right] \frac{e^{rA}}{e^{rA} - 1}$$

$$= \frac{-\lambda QZ}{P^2} - \frac{(1 - \lambda)Q'Z}{rP^2}$$

$$+ \left( \frac{r}{P} \right) \left[ \frac{PY}{P(e^{rA} - 1)} - \frac{De^{rA}}{P(e^{rA} - 1)} + \frac{(1 - \lambda) \left( \frac{Z}{r} \right) Q}{P(e^{rA} - 1)} + Z \frac{e^{-rA} Q e^{rA}}{P(e^{rA} - 1)} - \frac{Y}{(e^{rA} - 1)} \right]$$

$$= \frac{-\lambda QZ}{P^2} - \frac{(1-\lambda)Q'Z}{rP^2} + \left(\frac{r}{P}\right) \left[ -\frac{De^{rA}}{P(e^{rA}-1)} + \frac{(1-\lambda)\left(\frac{Z}{r}\right)Q}{P(e^{rA}-1)} + Z \frac{e^{-rA}Qe^{rA}}{P(e^{rA}-1)} \right].$$

Si  $Z = 0$  et  $D > 0$ , on a

$$\frac{\partial \Phi}{\partial P} = -\left(\frac{De^{rA}}{(e^{rA}-1)}\right)\left(\frac{r}{P^2}\right) \text{ et } \frac{\partial \Theta}{\partial P} = -\left(\frac{De^{rA}}{(e^{rA}-1)}\right)\left(\frac{r}{P}\right) < 0 \text{ et donc } \frac{dA}{dP} < 0.$$

Si  $Z = 0$  et  $D = 0$ , on a  $\frac{\partial \Theta}{\partial P} = 0$  et donc  $\frac{dA}{dP} = 0$ , ce qui est le résultat de Faustman.

## ANNEXE C

## MODÈLE DÉTERMINISTE À PRIX CONSTANT

## VARIATION DE L'ÂGE OPTIMAL DE COUPE PAR RAPPORT AU PRIX DU CARBONE

Partons de la condition de premier ordre,  $\Theta(Z, A) = 0$

Par différentiation totale, on a

$$\frac{\partial \Theta}{\partial Z} dZ = -\frac{\partial \Theta}{\partial A} dA \Rightarrow \frac{dA}{dZ} = -\frac{\partial \Theta / \partial Z}{\partial \Theta / \partial A},$$

$$\frac{\partial \Theta}{\partial A} < 0 \text{ (condition de second ordre).}$$

Pour trouver le signe de  $\partial \Theta / \partial Z$ , on remplace dans la CPO,  $Q$  et  $Q'$  par  $Y$  et  $Y'$  respectivement, ce qui entraîne seulement une redéfinition des unités dans lesquelles  $Z$  est exprimée. On a

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Theta}{\partial Z} &= \frac{-r \partial V}{\partial Z} + \lambda Y + (1 - \lambda) \left( Y' / r \right) \\ &= -r \frac{e^{rA}}{e^{rA} - 1} \left[ e^{-rA} (1 - \lambda) \left( Y / r \right) + \int_0^A e^{-rt} Y(t) dt \right] + \lambda Y + (1 - \lambda) \left( Y' / r \right) \\ &= -\frac{(1 - \lambda) Y}{e^{rA} - 1} - \frac{r e^{rA}}{e^{rA} - 1} \left[ \left( -1 / r \right) e^{-rA} Y + \left( 1 / r \right) Y(0) - \int_0^A \left( -1 / r \right) e^{-rt} Y' dt \right] \\ &\quad + \lambda Y + (1 - \lambda) \left( Y' / r \right) \\ &= \frac{-Y}{e^{rA} - 1} + \frac{\lambda Y}{e^{rA} - 1} + \frac{Y}{e^{rA} - 1} - \frac{e^{rA}}{e^{rA} - 1} \int_0^A e^{-rt} Y' dt + \lambda Y + (1 - \lambda) \left( Y' / r \right). \end{aligned}$$

On met au même dénominateur tous les termes en  $Y$  :

$$\begin{aligned}
 &= \frac{\lambda Y + e^{rA} \lambda Y - \lambda Y}{e^{rA} - 1} - \frac{e^{rA}}{e^{rA} - 1} \int_0^A e^{-rt} Y' dt + (1 - \lambda) \left( \frac{Y'}{r} \right) \\
 &= \frac{e^{rA}}{e^{rA} - 1} \left[ \lambda Y - \int_0^A e^{-rt} Y' dt \right] + (1 - \lambda) \left( \frac{Y'}{r} \right).
 \end{aligned}$$

Si  $\lambda = 1$ ,  $\frac{\partial \Theta}{\partial Z} > 0$  et  $\frac{dA}{dZ} > 0$ .

Si  $\lambda = 0$ ,  $\frac{\partial \Theta}{\partial Z} < 0$  et  $\frac{dA}{dZ} < 0$ .

Si  $0 < \lambda < 1$ , le signe de  $\frac{\partial \Theta}{\partial Z}$  est ambigu. On peut montrer que si  $r$  tend vers

l'infini,  $\frac{\partial \Theta}{\partial Z} > 0$  si bien que  $\frac{dA}{dZ} > 0$  et que si  $r$  tend vers zéro,  $\frac{\partial \Theta}{\partial Z} < 0$

et  $\frac{dA}{dZ} < 0$ .

## ANNEXE D

TABLEAU 3

VALEUR SOCIALE DU PEUPLEMENT ET ÂGE OPTIMAL DE COUPE  
EN FONCTION DU PRIX (\$/TONNE) DE L'UNITÉ DE CARBONE

Âge	Valeur de Z				
	10	20	40	80	160
47	19 782	35 012	65 844	127 796	251 863
48	20 140*	35 534	66 709	129 358	254 827
49	20 492	36 057	67 568	130 903	257 748
50	20 827	36 581	68 424	132 432	260 632
51	21 145	37 109*	69 277	133 949	263 485
52	21 447	37 616	70 129	135 457	266 313
53	21 733	38 098	70 982*	136 959	269 122
54	22 003	38 553	71 808	138 460*	271 918
55	22 259	38 985	72 589	139 941	274 708*
56	22 502	39 392	73 327	141 341	277 431

NOTE : \* Âge de coupe optimal

TABLEAU 4

VALEUR COMMERCIALE DU PEUPLEMENT ET ÂGE OPTIMAL DE COUPE  
SELON LE PRIX DU BOIS DANS LE MODÈLE DE FAUSTMANN

Âge	Prix			
	20	50	101	203
35	1 373	3 522	7 734	16 434
36	1 427	3 663	8 043	17 092
37	1 485	3 810	8 365	17 775*
38	1 544	3 962	8 699*	18 480
39	1 606	4 120*	9 036	19 163
40	1 670*	4 284	9 363	19 826
41	1 733	4 441	9 678	20 466

NOTE : \* Âge optimal de coupe

## BIBLIOGRAPHIE

- ADGER, W. N. et K. BROWN (1994), *Land Use and the Causes of Global Warming*, John Wiley & Sons.
- AMIN, K. (1991), « On the Computation of Continuous Time Options Prices Using Discrete Approximations », *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 26(4) : 477-495.
- ARISTE, R. (1998), *Prise en compte du verrouillage de carbone par la forêt et de l'incertitude du prix du bois : conséquences sur la rotation optimale*. Mémoire de maîtrise – Université du Québec à Montréal.
- BRAZEE, R. et R. MENDELSON (1988), « Timber Harvesting with Fluctuating Prices », *Forest Science*, 34 : 359-372.
- CLARCK, H. R. et W. REED (1989), « The Tree-Cutting Problem in a Stochastic Environment », *Journal of Economic Dynamics and Control*, 13(4) : 569-595.
- CLINE, W. (1992), *The Economics of Global Warming*, Cambridge University Press.
- CONRAD, J. M. (1997), « Analysis on the Option Value of Old-growth Forest », *Ecological Economics*, 22(2) : 97-102.
- COX, J., S. ROSS et M. RUBINSTEIN (1979), « Option Pricing: A Simplified Approach », *Journal of Financial Economics*, 7 : 229-263.
- COX, J. et M. Rubinstein (1985), *Options Market*, Prentice-Hall, Inc.
- DIXIT, A. et R.S. PINDYCK (1994), *Investment under Uncertainty*, Princeton University Press.
- FANKHAUSER, S. (1992), *A Point Estimate of Global Warming Damage*, Centre for Social and Economic Research on the Global Environment, University College London.
- FAUSTMANN, M. (1849), « On the Determination of the Value which Forest Land and Immature Stands Possess for Forestry », *Institute Paper* no 42, Commonwealth Forestry Institute, University of Oxford, 1968.
- FÉDÉRATION DES PRODUCTEURS DE BOIS DU QUÉBEC (1997), *Mise en marché du bois de la forêt privée du Québec*, Statistiques 1996, Bibliothèque Nationale du Québec.
- FORBOSEH, P.F., R.J. BRAZEE et J.B. PICKENS (1996), « A Strategy for Multiproduct Stand Management with Uncertain Future Prices », *Forest Science*, 42(1) : 58-66.
- FORSYTH, M. (1999), *On Valuing the Option to Harvest a Forest*, School of Business and Economics, Wilfrid Laurier University.
- FREEDMAN, B., F. METH et C. HICKMAN (1992), « Temperate Forests as a Carbon Storage Reservoir for Carbon Dioxide Emitted by Coal-fired Generating Stations: A Case Study for New-Brunswick, Canada », *Forest Ecology and Management*, 55 : 15-29.
- GRAYSON, A. J. (1989), *Carbon Dioxide, Global Warming and Forestry*, Research Note 146. Alice Holt, Forestry Commission Research Division.



- HAIGHT, R. (1991), « Stochastic Log Pricing, Land Value and Adaptive Stand Management: Numerical Results for California White Fir », *Forest Science*, 37(5) : 1 224-1 238.
- HAIGHT, R. et D.W. SMITH (1991), « Harvesting Loblolly Pine Plantation with Hardwood Competition and Stochastic Prices », *Forest Science*, 37(5) : 1 266-1 282.
- HARTMAN, R. (1976), « The Harvesting Decision when a Standing Forest Has Value », *Economic Inquiry*, 14 : 52-58
- JUNQUEIRA, L. et M.E. RUI (1985), *L'économie des ressources renouvelables*, Economica, Paris.
- KYRKLUND, B. (1990), « Les forêts et la foresterie industrielle peuvent-elles faire baisser la teneur excessive de l'atmosphère en bioxyde de carbone », *Unasylva*, 163 : 12-14.
- LOHMANDER, P. (1987), « The Economics of Forest Management under Risk », Swedish University of Agricultural Sciences, Dept. of Forest Economics, No. 79.
- MORCK, R., E. SCHWARTZ et D. STRANGELAND (1989), « The Valuation of Forestry Resources under Stochastic Prices and Inventories », *Journal of Financial Quantitative Analysis*, 24 : 473-487.
- NELSON, D.B. et K. RAMASWAMY (1990), « Simple Binomial Processes as Diffusion Approximation in Financial Models », *Review of Financial Studies*, 3(3) : 393-430.
- NORDHAUS, W.D., R. MENDELSON et D. SHAW (1994), « The Impact of Global Warming on Agriculture: A Ricardian Analysis », *American Economic Review*, 84(4) : 753-772.
- NORDHAUS, W. (1991), « A Sketch of the Economics of the Greenhouse Effect », *American Economic Review, Papers and Proceedings*, 81(2) : 146-150.
- NORSTROM, C.J. (1975), « A Stochastic Model for the Growth Period Decision in Forestry », *Swedish Journal of Economics*, 77 : 329-337.
- OCDE / AIE (1993), *L'automobile et les changements climatiques*, Publications de l'OCDE, Collection : L'Énergie et l'Environnement, Paris.
- PAYANDEH, B. (1991), « Plonski's (metric) Yield Tables Formulated », *The Forestry Chronicle*, 67(5) : 545-546.
- PINDYCK, R.S. (1993), « A Note on Competitive Investment under Uncertainty », *American Economic Review*, 83 : 273-277
- REED, J.W. et H.R. CLARKE (1990), « Harvest Decisions and Asset Valuation for Biological Resources Exhibiting Size-Dependent Stochastic Growth », *International Economic Review*, 31(1) : 147-169.
- SEDJO, R. et A. M. SOLOMON (1989), « Climate and the Forests », in ROSENBERG N.J., *Greenhouse Warming: Abatement and Adaptation*, Resources for the Future, Washington DC, p. 105-109.
- SNYDER, D.L. et N.R. BHATTACHARYYA (1990), « A More General Dynamic Economic Model of the Optimal Rotation of Multiple-Use Forests », *Journal of Environmental Economics and Management*, 18(2), 1<sup>re</sup> partie : 168-175.

- TEETER, L.D. et J.P. CAULFIELD (1991), « Stand Density Management Strategies under Risk: Effects of Stochastic Prices », *Canadian Journal of Forest Research*, 21 : 1 373-1 379.
- THOMSON, T.A. (1992), « Optimal Forest Rotation When Stumpage Prices Follow a Diffusion Process », *Land Economics*, 68(3) : 329-342.
- VAN KOOTEN, G.C., C.S. BINKLEY et G. DELCOURT (1995), « Effect of Carbon Taxes and Subsidies on Optimal Forest Rotation Age and Supply of Carbon Services », *American Journal of Agricultural Economics*, 77 : 365-374.
- VAN KOOTEN, G.C., L.M. ARTHUR et W.R. WILSON (1992), « Potential to Sequester Carbon in Canadian Forests : Some Economic Considerations », *Canadian Public Policy*, 18(2) : 127-138.
- Wilmott, P., J. DEWYNNE, et S. HOWISON (1993), *Option Pricing: Mathematical Models and Computation*, Oxford Financial Press.
- Wilmott, P., J. DEWYNNE et S. HOWISON (1996), *The Mathematics of Financial Derivatives: A Student Introduction*. Cambridge University Press.
- YIN R. et D.J. NEWMAN (1996), « The Effect of Catastrophic Risk on Forest Investment Decisions », *Journal of Environmental Economics and Management*, 31(2) : 186-197.